

I PRACOWNIA FIZYCZNA

* II PRACOWNIA FIZYCZNA

ĆWICZENIE

Wyznaczanie długości fali elektronowej
i odległości międzypłaszczyznowych w graficie

Opracowała:

dr Aneta Szczygielska-Łaciak, prof. UŚ

Cel ćwiczenia:

Celem ćwiczenia jest zweryfikowanie hipotezy, czy elektrony wykazują właściwości falowe, wyznaczenie długości fali wiązki elektronów ulegającej dyfrakcji na polikrystalicznej folii grafitowej oraz wykorzystanie ich do pomiaru odległości między atomami w polikrystalicznym graficie.

Zagadnienia do kolokwium wstępnego:

- Zjawisko dyfrakcji
- Dwoista natura światła i materii
- Teoria de Broglie
- Warunek Bragga
- Doświadczenie Davissona i Germera
- Metoda Thomsona
- Budowa kryształu – stałe sieciowe
- Metody badania struktury kryształów za pomocą zjawiska dyfrakcji
- Badania dyfrakcyjne w biofizyce

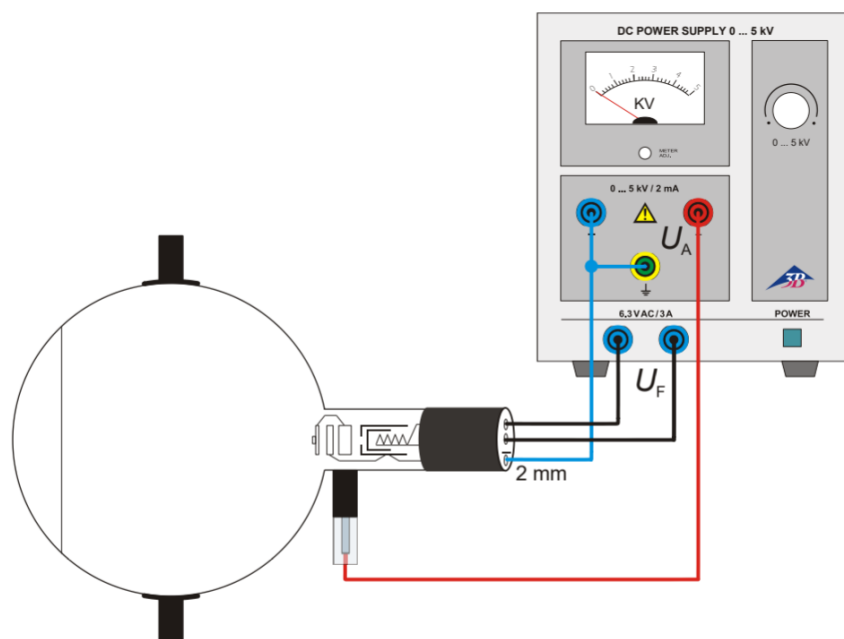
Przyrządy:

- Lampa oscyloskopowa do dyfrakcji elektronów,
- Zasilacz wysokiego napięcia do przyspieszania elektronów (od 3 kV do 5 kV) oraz zasilacz niskiego napięcia do rozgrzania katody (6,3 V),
- Suwmiarka plastikowa

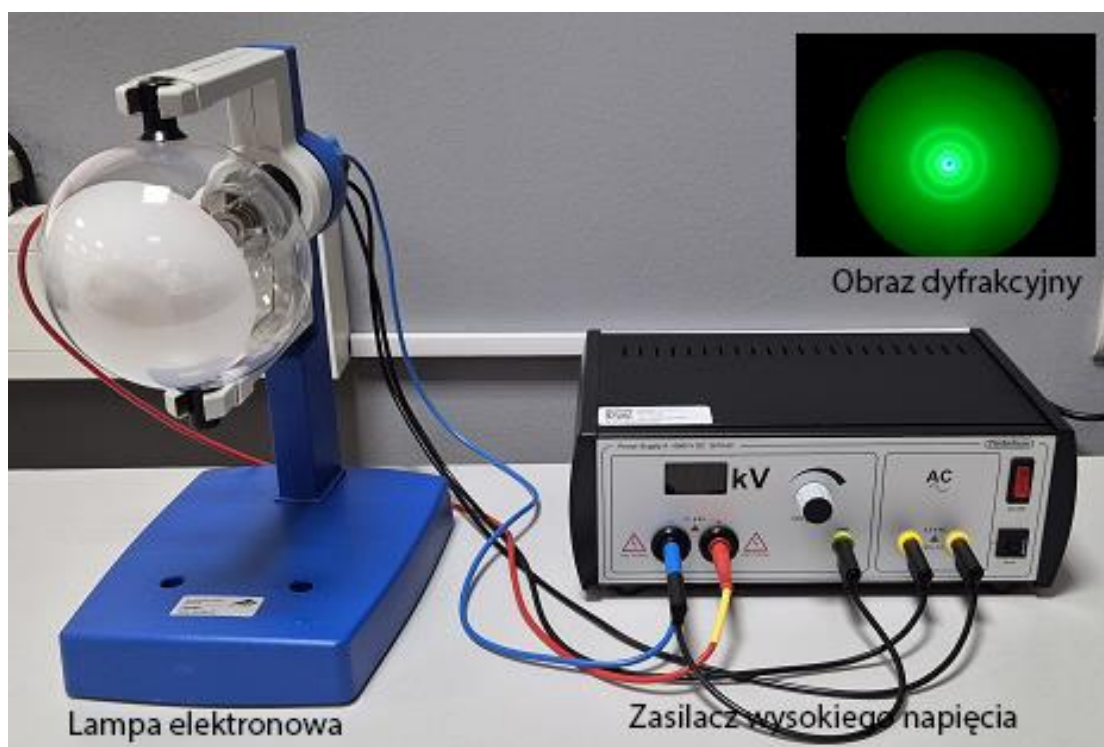
Układ pomiarowy

Emitowane przez katodę lampy oscyloskopowej elektrony, tworzą wiązkę monochromatyczną. Nim padną na folię grafitową, są przyspieszane do energii kinetycznej $E_k = eU$ przez przyłożone napięcie U , które można regulować. Strumień elektronów pada na płytkę polikrystalicznego grafitu i ulega ugięciu zgodnie z warunkiem Bragga (1). Wiązka ta oddziałuje z folią grafitową, a następnie trafia na specjalny fluorescencyjny ekran, gdzie pojawia się obraz dyfrakcyjny: zogniskowane pierścienie.

Długość fali λ [nm] elektronów można wyznaczyć mierząc promienie pierścieni dyfrakcyjnych. Promień pierścieni zależy od zastosowanego napięcia U [V].



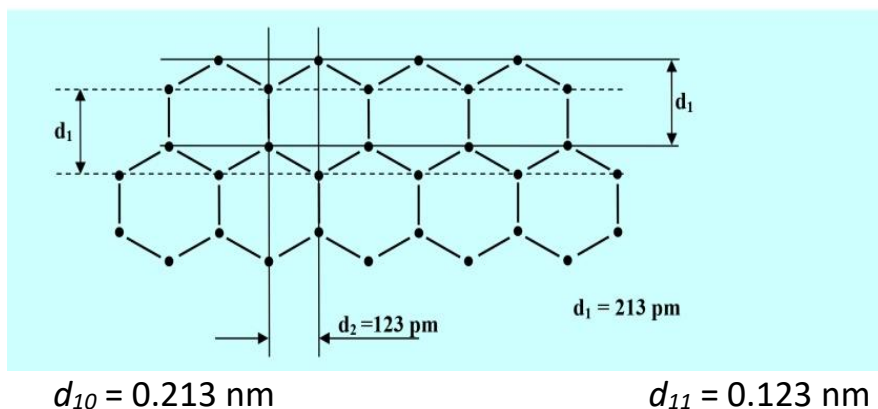
Rysunek 1. Schemat układu pomiarowego.



Rysunek 2. Zdjęcie układu pomiarowego.

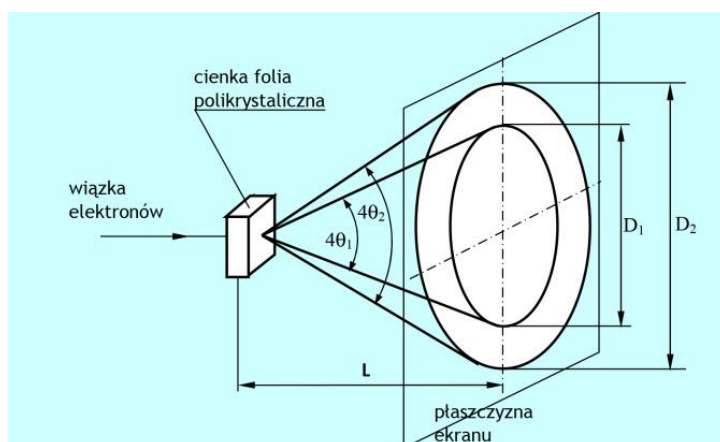
Niezbędne wzory i dane

- Odległości międzypłaszczyznowe dla dwóch pierwszych pierścieni interferencyjnych dla grafitu:

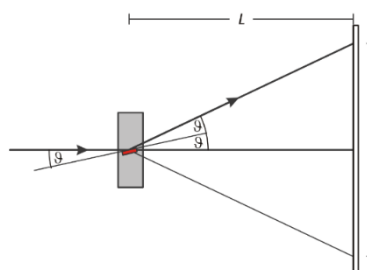


Rysunek 3. Odległości międzypłaszczyznowe dla dwóch pierwszych pierścieni interferencyjnych.

- Odległość od folii grafitowej do ekranu fluorescencyjnego:



$$L = 125 \pm 2 \text{ mm}$$



Rysunek 4. Zjawisko Bragga dla próbki polikrystalicznej.

- Równanie Bragga:

$$n\lambda = 2d\sin\theta \quad (1)$$

λ - długość fali elektronów (materii)

θ - kąt ugięcia (kątem między kierunkiem promienia padającego a płaszczyzną atomową)

d - odległość między płaszczyznami atomowymi,

n - rząd ugięcia, $n = 1, 2, 3, \dots$

Ponieważ odległość folii od ekranu jest znacznie większa od średnicy otrzymanych na ekranie okręgów interferencyjnych D to $\sin 4\vartheta \approx 4\vartheta \approx \frac{D}{L}$ stąd $\sin \vartheta = \vartheta = \frac{D}{4L}$.

Podstawiając do wzoru Bragga otrzymujemy:

$$\lambda = \frac{d \cdot D}{2 \cdot L} = \frac{d \cdot R}{L} \quad (2)$$

$n = 1$ tylko okręgi pierwszego rzędu są widoczne.

- **Równanie de Broglie:**

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad (3)$$

h – stała Plancka,

p – pęd elektronu

Pęd elektronu można wyznaczyć znając napięcie przyspieszające z klasycznego związku między pędem a jego energią:

$$e \cdot U = \frac{p^2}{2m} \quad (4)$$

e – ładunek elektronu,

m_e – masa spoczynkowa elektronu.

$$p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot e \cdot U} \quad (5)$$

Podstawiając równanie (5) do (3) otrzymujemy:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot e \cdot U}} \quad (6)$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_e = 9,10938 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

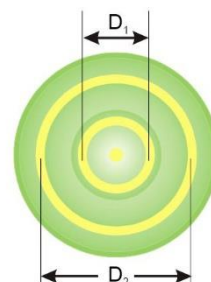
$$h = 6,6256 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$$

Przebieg doświadczenia

Dokładny przebieg pomiarów ustal z prowadzącym zajęcia

1. Włącz lampę i ustaw napięcie na zasilaczu: $U_1 = 3\text{kV}$.
Zwiększaj napięcie przyspieszające elektrony aż do pojawienia się pierścieni (kontrolując jasność i ostrość obrazu).

Uwaga: obraz pierścieni może być nieczytelny ze względu na mały kontrast i brak ostrości. Z tego względu zaleca się kilkukrotny pomiar średnicy D , za każdym razem pod innym kątem względem pionu, a za ostateczną wartość przyjęcie średniej z tych kilku pomiarów.



2. Zmierz 10-krotnie za pomocą plastikowej suwmiarki średnicę mniejszego pierścienia D_1 .
3. Zmierz 10-krotnie za pomocą plastikowej suwmiarki średnicę większego pierścienia D_2 .
4. Wyniki zapisz w tabeli.
5. Ustaw napięcie na zasilaczu: $U_2 = 3,5\text{kV}$ i powtórz pomiary z punktów 2 – 3.
6. Wyniki zapisz w tabeli.
7. Ustaw napięcie na zasilaczu: $U_3 = 4\text{kV}$ i powtórz pomiary z punktów 2 – 3.
8. Wyniki zanotuj w tabeli.
9. Ustaw napięcie na zasilaczu: $U_4 = 4,5\text{kV}$ i powtórz pomiary z punktów 2 – 3.
10. Wyniki zanotuj w tabeli.
11. Zwiększ napięcie na zasilaczu: $U_5 = 5\text{kV}$ i powtórz pomiary z punktów 2 – 3.
12. Wyniki zanotuj w tabeli.
13. **Po zakończeniu pomiarów POWOLI zredukuj za pomocą pokrętła zasilacza napięcie do zera i wyłącz układ pomiarowy przyciskiem.**
NIE wyłączaj zasilacza jeśli do lampy przyłożone jest napięcie!

L.p.	Napięcie przyspieszające U [kV]	Średnica mniejszego pierścienia D_1 [mm]	Średnica większego pierścienia D_2 [mm]
1	3kV		
....			
10			
1	3,5kV		
....			
10			
1	4kV		
....			
10			
1	4.5kV		
....			
10			
1	5kV		
....			
10			

Tabela 1. Przykładowa tabela pomiarowa

Analiza danych pomiarowych

Dokładne etapy analizy danych pomiarowych ustal z prowadzącym zajęcia

1. Oblicz średnie wartości średnicy D_1 i D_2 dla każdego napięcia przyspieszającego.
2. Oblicz odchylenie standardowe średniej dla każdej średnicy ΔD_1 i ΔD_2 dla każdego napięcia przyspieszającego.
3. Oblicz niepewność standardową uwzględniając błąd wzorcowania i eksperymentatora dla każdej otrzymanej wartości średnicy.
4. Wyniki zapisz zgodnie z normami.
5. Oblicz odpowiednie promienie R_1 i R_2 dla każdego napięcia przyspieszającego. Oblicz niepewność pomiarową ΔR_1 i ΔR_2 .
6. Dla każdej wartości napięcia przyspieszającego i otrzymanej wartości promienia pierścienia dyfrakcyjnego oblicz długość fali elektronów λ_1 korzystając ze wzoru (2) Obliczeń dokonaj dla odległości międzypłaszczyznowej d_{10} i d_{11} .
7. Oblicz niepewność metodą różniczki zupełnej a następnie niepewność standardową dla pomiarów niezależnych.
8. Zapisz wyniki wraz z niepewnościami.
9. Dla każdego napięcia przyspieszającego oblicz długość fali elektronów λ_2 korzystając ze wzoru (6).
10. Oblicz niepewność metodą różniczki zupełnej.
11. Zapisz wyniki wraz z niepewnościami.

12. Wykonaj zestawienie wartości długości fali elektronowej wyznaczonej eksperymentalnie z wykorzystaniem warunku Bragga (2) i teoretycznych długości fal obliczonych ze wzoru de Broglie'a (6).

Napięcie przyspieszające U [kV]	Długość fali elektronowej λ_1 [pm] wyznaczone zgodnie z warunkiem Bragga (2)	Długość fali elektronowej λ_2 [pm] otrzymana ze wzoru de Broglie'a (6)
3kV		
3,5kV		
4kV		
4,5kV		
5kV		

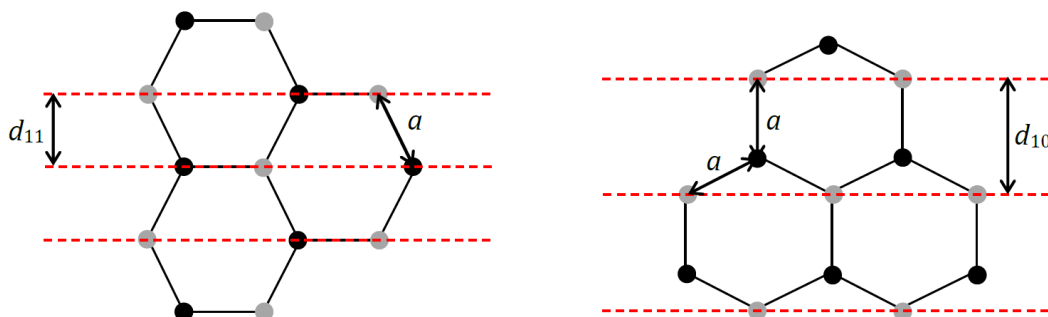
Tabela 2. Przykładowa tabela zestawienia otrzymanych wartości

13. Porównaj otrzymane wyniki. Wyciągnij wnioski i przeprowadź analizę błędów.

*** Wyznaczanie odległości między atomami w polikryształie grafitu.**

Część dodatkowa analizy pomiarów, po uzgodnieniu z prowadzącym zajęcia

1. Korzystając z wartości długości fali wyznaczonej ze wzoru de Broglie'a (6) oblicz ze wzoru (2) odległości międzypłaszczyznowe d_{10} i d_{11} dla każdej wartości napięcia przyspieszającego.
2. Oblicz wartości średnie i odchylenie standardowe średniej dla 5 pomiarów (metoda t-studenta). Zapisz wyniki zgodnie z regułami.
3. Porównaj otrzymane wyniki d_{10} i d_{11} z wartościami tablicowymi odległości międzypłaszczyznowych dla grafitu d_{10} i d_{11} . Oblicz błąd względny i procentowy.
4. Wiedząc, że w pojedynczym monokryształie grafitu odbicie może nastąpić od płaszczyzn zdefiniowanych na dwa różne sposoby, w zależności orientacji tego monokryształu względem padającej fali:



Rysunek 5. Płaszczyzny atomowe w kryształie grafitu

oblicz odległość a pomiędzy atomami węgla.

Znając odległości pomiędzy płaszczyznami dla obu tych orientacji oblicz odległość a pomiędzy pojedynczymi atomami węgla tworzącymi jedną warstwę grafitu korzystając z prostych zależności geometrycznych:

$$d_{10} = a + \frac{1}{2}a = \frac{3}{2}a \quad (7)$$

$$d_{11} = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad (8)$$

5. Sprawdź, czy otrzymany wynik zgadza się z wartością tablicową. Oblicz błąd względny i procentowy.
6. Sformułuj wnioski.

Zgodnie z równaniem (6) długość fali jest określona przez napięcie przyspieszające U . Połączenie równania (2) i równania (6) pokazuje, że średnice D_1 i D_2 koncentrycznych pierścieni dyfrakcyjnych zmieniają się wraz z napięciem przyspieszającym U :

$$D = \frac{2hL}{d\sqrt{2meU}} \quad (9)$$

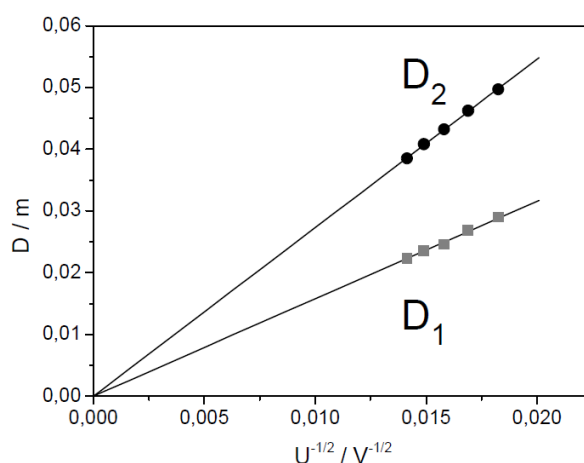
Jeśli przekształcimy wzór i za stałe w równaniu podstawimy odpowiednio:

$$k = \frac{2hL}{d\sqrt{2me}} \quad (10)$$

to otrzymamy zależność:

$$D = k \frac{1}{\sqrt{U}} \quad (11)$$

7. Wykonaj wykres zależności $D(\frac{1}{\sqrt{U}})$ dla obu pierścieni dyfrakcyjnych.
8. Metodą regresji liniowej znajdź wartość współczynnika kierunkowego k dla pierścienia D_1 i D_2 .



Rysunek 6. Przykładowy wykres. Średnice pierścieni D_1 i D_2 w funkcji $1/\sqrt{U}$. Linie ciągłe odpowiadają odpowiednio dopasowaniom liniowym o nachyleniach: $k_1 = 1,578$ mV i $k_2 = 2,729$ mV.

9. Pomiar średnic pierścieni dyfrakcyjnych D_1 i D_2 w funkcji napięcia przyspieszającego U pozwala określić odległości między płaszczyznami sieci d_1 i d_2 korzystając ze wzoru (10):

$$d = \frac{2 \cdot L \cdot h}{k \cdot \sqrt{2 \cdot m \cdot e}} \quad (12)$$

Wyznacz korzystając ze wzoru (12) odległości między płaszczyznami sieci d_1 i d_2 . Oszacuj niepewności pomiarowe.

Porównaj otrzymane wyniki z teoretycznymi wartościami odległości międzypłaszczyznowych w graficie. Oblicz błąd procentowy.

10. Wyniki eksperymentalne, które można opisać za pomocą teorii kwantowej, mają w swoim podstawowym wzorze stałą Plancka h . W tym eksperymencie, stałą Plancka można wyznaczyć z równania (10), zakładając, że odległości między atomami grafitu d_1 i d_2 są znane.

Wyznacz stałą Plancka korzystając ze wzoru:

$$h = \frac{d \cdot k \cdot \sqrt{2 \cdot m \cdot e}}{2 \cdot L} \quad (13)$$

Wykorzystaj k_1 i k_2 otrzymane metodą regresji liniowej i odpowiednie wartości odległości międzypłaszczyznowej w graficie dane w instrukcji.

Oszacuj niepewność pomiarową.

Porównaj otrzymane wartości stałej Plancka z wartością literaturową. Oblicz błąd względny i procentowy.

11. Podsumuj przeprowadzoną analizę wyników. Wykonaj zestawienia, sformułuj wnioski i przeprowadź dyskusję błędów.

Bibliografia

1. D. Halliday, R. Resnick, J. Walker, *Podstawy fizyki*, PWN, Warszawa 2003.
2. J. Taylor, *Wstęp do analizy błęd pomiarowego*, PWN, 1999.
3. Z. Bojarski, M. Gigla, K. Stróż, M. Surowiec, *Krystalografia*, PWN, Warszawa, 2007, 2008. (Wydanie III).
4. Z. Trzaska-Durski, H. Trzaska-Durska: *Podstawy krystalografii strukturalnej i rentgenowskiej*. PWN 1994.
5. P. Luger, *Rentgenografia strukturalna monokryształów*, PWN 1989.
6. Laboratorium Fizyki Atomowej i Jądrowej, *Dyfrakcja elektronów na polikrystalicznym graficie*, NCBJ.
7. Electron Diffraction Tube D1013885, 33B Scientific Physics, Instruction sheet.
8. *Electron diffraction, Observe the diffraction of electrons on polycrystalline graphite and confirm the wave nature of electrons*, Atomic and Nuclear Physics, Fundamentals of Atomic Physics, 3B SCIENTIFIC® PHYSICS EXPERIMENT, www.3bscientific.com.
9. *Diffraction of electrons in a polycrystalline lattice (Debye-Scherrer diffraction)*, Atomic and Nuclear Physics, Introductory experiments Dualism of wave and particle, LD Didactic GmbH.
10. <https://openstax.org/books/fizyka-dla-szk%C3%B3%C5%82-wy%C5%BCszych-tom-3/pages/4-6-dyfrakcja-rentgenowska>